

SEPARATUM

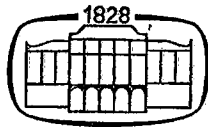
*Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae, Tomus 82 (1-2), pp. 31-46 (1976)*

**BERECHNUNG FORMORTHOTROPER  
FLÄCHENTRAGWERKE**

**R. BAREŠ\***

KANDIDAT DER TECHN. WISSENSCHAFTEN

[Manuskript eingegangen am 27. Januar 1975]



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST  
PUBLISHING HOUSE OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES  
VERLAG DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN  
MAISON D'EDITIONS DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE HONGRIE  
ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК БЕНГРИИ

## BERECHNUNG FORMORTHOTROPER FLÄCHENTRAGWERKE

R. BAREŠ\*

KANDIDAT DER TECHN. WISSENSCHAFTEN

[Manuskript eingegangen am 27. Januar 1975]

Es wird eine Methode zur Berechnung formorthotroper Flächentragwerke vorgeführt, die neben der Biegungs- und Torsionsteifigkeiten auch den Einfluß der Kontraktionsfähigkeit der Konstruktion berücksichtigt. Durch die angegebene Methode kann der mühsame Teil der Berechnung und die Arbeit des Statikers auf ein Mindestmaß beschränkt werden.

Analog zur Materialorthotropie bei Platten werden heute formorthotrope Flächentragwerke bereits laufend mit ausreichender Genauigkeit analysiert, die schon vielfach nachgewiesen wurde [4, 12]. Die meisten Methoden sind jedoch entweder übermäßig mühevoll, oder sie beruhen auf einigen nicht völlig berechtigten Voraussetzungen. Der Autor legt eine Methode der Berechnung formorthotroper Flächentragwerke eines einfachen Brückentyps vor, die neben den Biegungs- und Torsionssteifigkeiten auch den Einfluß der Kontraktionsfähigkeit der Konstruktion in Rechnung stellt; die Methode ist so gestaltet, daß der mühsame Berechnungsteil tabelliert und die Arbeit des Statikers auf ein Mindestmaß beschränkt werden kann. Die Hubersche Gleichung wird nach der Methode der dimensionslosen Beiwerte gelöst, deren Vorteilhaftigkeit schon früher, z. B. in [1, 5, 10, 11] nachgewiesen wurde.

Die Formorthotropie der Platte entsteht entweder durch ihre verschiedene Bewehrung oder Vorspannung in zwei orthogonalen Richtungen oder durch ihre Verbindung mit Balken, sei es in der Längsrichtung, Querrichtung oder in beiden Richtungen, eventuell durch die Verhinderung oder absichtliche Reduktion der Übertragung einiger Kräfte in der Querrichtung (der zusammengesetzten Konstruktion). Die materialorthotrope Platte ist der erste Grenzfall, im zweiten Grenzfall wird die Konstruktion nur durch zwei Systeme von Balken (Längsträger und Querträger) gebildet. Gemäß der relativen Wichtigkeit der einzelnen Elemente (der Platte, prismatische Elemente) und der Anordnung der Konstruktion ändert sich stark der Einfluß der Torsion und der Querkontraktion auf den inneren Spannungszustand.

\* RICHARD BAREŠ, Institut für theoretische und angewandte Mechanik der Tschechoslowakischen Akademie der Wissenschaften, Prag, CSSR.

Das Verhalten einer allgemeinen formorthotropen Flächenkonstruktion gemäß Bild. 1 wird durch die für eine äquivalente Platte formulierte Hubersche Gleichung beschrieben

$$\varrho_L \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \varrho_Q \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y). \quad (1)$$

Unter den Einheitsbiegungssteifigkeiten  $\varrho_L$  und  $\varrho_Q$  versteht man die Biegesteifigkeiten der wirklichen Konstruktion in der Längs- und Querrichtung,

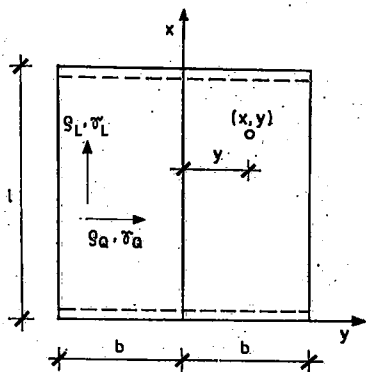


Bild 1

bezogen auf die Schwerpunktsachse des Querschnittes auf die Einheit der Breite bzw. Länge. Das mittlere Glied  $2H$  hat die Bedeutung

$$2H = (\varrho_L \nu_Q + \varrho_Q \nu_L) + (\gamma_L + \gamma_Q). \quad (2)$$

Unter den Einheitstorsionssteifigkeiten  $\gamma_L$  und  $\gamma_Q$  versteht man die Torsionssteifigkeiten der wirklichen Konstruktion in der Längs- und Querrichtung, bezogen auf die Einheit der Breite, bzw. Länge. Die Beiwerte  $\nu_L$  und  $\nu_Q$  sind nicht Poissonsche Beiwerte in präzisiertem Sinn, sondern sie bezeichnen den Einfluß der Spannung  $\sigma_x$  auf die Verformung  $\varepsilon_x$  und umgekehrt, keineswegs den durch die Anisotropie des Materials, sondern den durch die Orthotropie der Konstruktion verursachten Einfluß [4]. Sie beeinflussen in gewissem Sinn alle Steifigkeiten ( $\varrho_L$ ,  $\varrho_Q$ ,  $\gamma_L$ ,  $\gamma_Q$ ). Durch die Unterbrechung der Kontinuität des Querschnittes in einen Horizontalebene der formorthotropen Konstruktion wird die Querübertragung der Verformungen unmöglich gemacht, und dadurch werden sich die Werte  $\nu_L$ ,  $\nu_Q$  immer von denjenigen unterscheiden, die dem Material, aus dem die Konstruktion hergestellt wurde, entsprechen.\*

\*Die Bestimmung der Steifigkeit eines formorthotropen Flächentragwerkes bei konsequenter derartiger Berücksichtigung des Einflusses der Querkontraktion, daß sie der Wirklichkeit entspricht, ist nicht einfach; diese wurde in [2] behandelt.

Die Innenkräfte  $M_L$ ,  $M_Q$ ,  $M_T$ ,  $Q_L$ ,  $Q_Q$ ,  $\bar{Q}_T$  sind durch die bekannten Ausdrücke [7] gegeben, in denen die Indizes  $L$ ,  $Q$  die Indizes  $x$ ,  $y$  zur Unterscheidung der Formorthotropie von der Materialorthotropie ersetzen.

Man kann sämtliche Querschnitts- und Materialeigenschaften der Konstruktion durch folgende drei dimensionslose Parameter vollkommen charakterisieren:

I. Die verhältnismäßige Querverbiegsamkeit der Konstruktion gibt, gemäß [6], der dimensionslose Parameter

$$\vartheta = \frac{b}{l} \sqrt[4]{\frac{\varrho_L}{\varrho_Q}}$$

an, der Parameter der Querversteifung heißt. Je größer  $\vartheta$  ist, um so nachgiebiger ist die Querversteifung. Ihre Größe kann sich im Bereich von  $0 \leq \vartheta \leq \infty$  bewegen.

II. Die verhältnismäßige Torsionssteifigkeit der Konstruktion gibt, gemäß [10], der dimensionslose Parameter

$$\alpha = \frac{\gamma'_L + \gamma'_Q}{2 \sqrt{\varrho'_L \cdot \varrho'_Q}}$$

an, der Torsionssteifigkeits-Parameter heißt. Seine Größe kann Werte im Bereich von  $0 \leq \alpha \leq 1$  erreichen. Einen höheren Wert von  $\alpha$  als den Wert 1, der einer vollen orthotropen (oder isotropen) Platte angehört, kann man sich nicht vorstellen.<sup>1</sup>

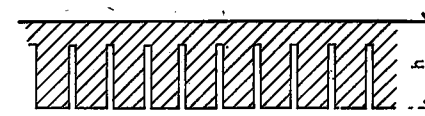


Bild 2

<sup>1</sup>Man kann sich nämlich jede, durch Balken versteifte Konstruktion des Plattentyps reversibel als eine Platte vorstellen, deren Dicke dem höchsten Querschnitt der Konstruktion gleich, von der der Teil der Masse zwischen den Balken ausgenommen ist. Es ist einleuchtend, daß die Torsionssteifigkeit einer derartigen geschwächten Platte kleiner sein muß als die einer vollen Platte. Trotzdem zwingen einige Autoren [4, 9] irrtümlich der dritten von den möglichen Rechnungslösungen der charakteristischen Gleichung der 4. Stufe, d. h. für den Fall, wo  $H^2 > \varrho_L \varrho_Q$  (oder  $\alpha > 1$ ), einen physikalischen Sinn auf. Jedoch der einzige, der bestrebt war, die Existenz einer Konstruktion dieses Typs nachzuweisen, und dessen Ergebnisse auch die übrigen Autoren übernahmen, war, soweit dem Autor bekannt ist, GEDIZLI [3]. Seine Berechnung für eine Konstruktion, die von einer Platte mit engen Ausschnitten gemäß Bild 2 gebildet wird, war jedoch ungenau, da er bei der Berechnung der Biegesteifigkeit nur den gedrückten Querschnittsteil (nach den Bauvorschriften), bei der Berechnung der Torsionssteifigkeit den ganzen Querschnitt gemäß der Elastizitätstheorie berücksichtigte. Bei richtiger Berechnung gemäß der Elastizitätstheorie, für die die Methode abgeleitet ist, geht allerdings  $\alpha \leq 1$  auch in diesem Fall hervor.

Mit dem Index  $Q$  sind hier die unter der Voraussetzung, daß der Querkontraktionsbeiwert des Konstruktionsmaterials einen Nullwert hat, berechneten Steifigkeiten bezeichnet. Bei einer äquivalenten Platte ist also

$$\gamma_L = \frac{\gamma'_L}{1+\eta}; \quad \gamma_Q = \frac{\gamma'_Q}{1+\eta}; \quad \varrho_L = \frac{\varrho'_L}{1-\eta^2}; \quad \varrho_Q = \frac{\varrho'_Q}{1-\eta^2},$$

so daß man gleichfalls setzen kann

$$\alpha = \frac{\gamma_L + \gamma_Q}{2(1-\eta)\sqrt{\varrho_L \varrho_Q}}. \quad (4b)$$

III. Wenn man die aus dem reziproken Bettischen Theorem [3] hervorgehende Symmetrie der Einheitssteifigkeiten einführt

$$\nu_L \varrho_Q = \nu_Q \varrho_L, \quad (5)$$

dann drückt die verhältnismäßige Widerstandsfähigkeit der Konstruktion gegen Querkontraktion der dimensionslose Parameter

$$\eta = \nu_L \sqrt{\frac{\varrho_Q}{\varrho_L}} \quad (6)$$

aus, der *Kontraktionsfähigkeitsparameter* heißt. Seine Größe kann sich im Bereich von  $0 \leq \eta \leq 0,5$  bewegen.

Durch Einsetzung der vorhergehenden Beziehungen in (2) und durch Zurichtung erhalten wir, daß

$$2H = 2\sqrt{\varrho_L \varrho_Q} [\eta + \alpha(1-\eta)] = 2\varepsilon \sqrt{\varrho_L \varrho_Q} \quad (7)$$

wo  $\varepsilon$  *Parameter des Mittelgliedes der Huberschen Gleichung* benannt ist, und er ist

$$\varepsilon = [\eta + \alpha(1-\eta)] = [\alpha + \eta(1-\alpha)]. \quad (8)$$

Ebenso wie der Parameter  $\alpha$  kann auch  $\varepsilon$  aus gleichen Gründen nur im Bereich von  $0 \leq \varepsilon \leq 1$  sein. Aus der oben angeführten Darlegung ersieht man, daß bei  $\eta \neq 0$  der relative Wert des Mittelgliedes der Huberschen Gleichung im Bereich

$$\eta \leq \frac{2H}{2\sqrt{\varrho_L \varrho_Q}} \leq 1$$

bleibt.

Die Lösung der Grundgleichung der Platte finden wir als Summe der Lösung der homogenen Gleichung  ${}^2w$  nach M. LÉVY, in der Form

$${}^2w = \sum_{m=1}^{\infty} y_{(y)m} \sin \frac{m\pi x}{l} \quad (9)$$

und der partikularen Lösung  ${}^1w$  für eine endlos breite Platte (Gurt) d. h.

$$w = {}^1w + {}^2w; \quad (10a)$$

unter folgenden Voraussetzungen:

— Die Belastung ist sinusförmig in der Richtung der Hauptträger verteilt, d. h. die Belastung ist definiert als

$$p_x = \sum_m p_m \sin \frac{m\pi x}{l}; \quad (11)$$

wo  $p_m$  die Amplitude des  $m$ -ten Gliedes der Belastungsentfaltung in der Form einer einfachen Fourierschen Reihe bedeutet, also die Größe der Belastung in  $x = 2$  (Bild. 3);

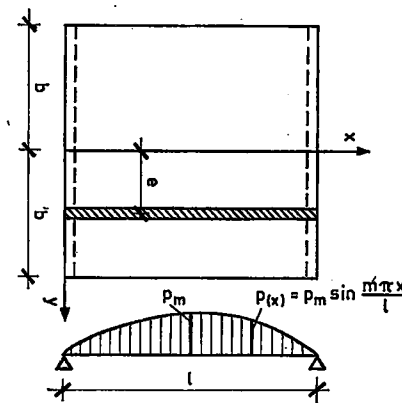


Bild 3

— die Randbedingungen an den freien Rändern sind, wenn man die Kirchhofsche Vereinfachung [7] für den Ersatz der Randtorsionsmomente durch zusätzliche Schubkräfte verwendet

$$M_Q \rightarrow \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \eta \sqrt{\frac{\varrho_L}{\varrho_Q}} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{y=\pm b} = 0 \quad (12)$$

$$\bar{Q}_Q \rightarrow \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \sqrt{\frac{\varrho_L}{\varrho_Q}} (\eta + 2\alpha(1-\eta)) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right]_{y=\pm b} = 0;$$

— die Randbedingungen an den zwei anderen, frei aufliegenden Seiten sind

$$w_{(x=0;l)} = 0, \quad \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{(x=0;l)} = 0. \quad (13)$$

Die Funktion  $Y_m$  der homogenen Lösung ebenso wie die in [11] angeführte partikuläre Lösung gelten auch hier, wenn  $\varepsilon$  gegen  $\alpha$  ausgetauscht wird. Für die

vollständige Lösung wird ein zu [11] analoger Vorgang verwendet. Aus den Bedingungen an den freien Rändern werden vier Gleichungen für die Bestimmung der Integrationskonstanten  $A, B, C, D$  gewonnen:

$$e^{mnb} \{[(\varepsilon - \eta) A_m + \sqrt{1 - \varepsilon^2} \bar{B}_m] \cos mtb + [-\sqrt{1 - \varepsilon^2} A_m + (\varepsilon - \eta) \bar{B}_m] \dots \\ \dots \sin mtb\} + e^{-mnb} \{[(\varepsilon - \eta) C_m - \sqrt{1 - \varepsilon^2} \bar{D}_m] \cos mtb + [\sqrt{1 - \varepsilon^2} C_m + \\ + (\varepsilon - \eta) \bar{D}_m] \sin mtb\} + C_m^* e^{-mn|b-e|} [(1 - \eta) \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \sin mt|b-e| - \\ - (1 - \eta) \cos mt|b-e|] = 0, \\ e^{-mnb} \{[(\varepsilon - \eta) A_m + \sqrt{1 - \varepsilon^2} \bar{B}_m] \cos mtb + [\sqrt{1 - \varepsilon^2} A_m - (\varepsilon - \eta) \bar{B}_m] \dots \\ \dots \sin mtb\} + e^{mnb} \{[(\varepsilon - \eta) C_m - \sqrt{1 - \varepsilon^2} \bar{D}_m] \cos mtb - [\sqrt{1 - \varepsilon^2} C_m + \\ + (\varepsilon - \eta) \bar{D}_m] \sin mtb\} + C_m^* e^{-mn(b+e)} [(1 - \eta) \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \sin mt(b + e) - \\ - (1 + \eta) \cos mt(b + e)] = 0, \quad (14)$$

$$e^{mnb} \left\{ \left[ (-1 + \eta) \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} A_m + (1 + \eta) \bar{B}_m \right] \cos mtb + \left[ -(1 + \eta) A_m + \right. \right. \\ \left. \left. + (-1 + \eta) \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \bar{B}_m \right] \sin mtb \right\} + e^{-mnb} \left\{ \left[ (1 - \eta) \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} C_m + \right. \right. \\ \left. \left. + (1 + \eta) \bar{D}_m \right] \cos mtb + \left[ -(1 + \eta) C_m + (1 - \eta) \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \bar{D}_m \right] \sin mtb \right\} + \\ + \frac{2}{1 - \varepsilon} C_m^* e^{-mn|b-e|} [(\varepsilon - \eta) \sin mt|b - e| + \sqrt{1 - \varepsilon^2} \cos mt|b - e|] = 0, \\ e^{mnb} \left\{ \left[ (1 - \eta) \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} C_m + (1 + \eta) \bar{D}_m \right] \cos mtb + [(1 + \eta) C_m - (1 - \eta) \dots \right. \\ \left. \dots \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \bar{D}_m \right] \sin mtb \right\} + e^{-mnb} \left\{ \left[ -(1 - \eta) \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} A_m + (1 + \eta) \bar{B}_m \right] \dots \right. \\ \left. \dots \cos mtb + \left[ (1 - \eta) A_m + (1 - \eta) \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \bar{B}_m \right] \sin mtb \right\} - \frac{2}{1 - \varepsilon} C_m^* \dots \\ \dots e^{-mn(b+e)} [(\varepsilon - \eta) \sin mt(b + e) + \sqrt{1 - \varepsilon^2} \cos mt(b + e)] = 0,$$

$$n = \frac{\pi \vartheta}{b} \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{2}};$$

$$t = \frac{\pi \vartheta}{b} \sqrt{\frac{1 - \varepsilon}{2}}.$$

Durch die Lösung folgt

$$A_m = \frac{C_m^*}{2 V_1 V_2} (U + W) = C_m^* A'_m, \\ B_m = -\frac{C_m^*}{2 V_1 V_2} (X + Y) = C_m^* B'_m, \\ C_m = \frac{C_m^*}{2 V_1 V_2} (W - U) = C_m^* C'_m, \\ D_m = -\frac{C_m^*}{2 V_1 V_2} (X - Y) = C_m^* D'_m, \quad (15)$$

wo sukzessive

$$U = V_1(Qn_4 - Tn_8), \quad Q = \frac{G - H}{C_m^*}, \\ W = V_2(Rn_2 - Sn_6), \quad R = \frac{G + H}{C_m^*}, \\ X = V_2(Rn_1 + Sn_5), \quad S = \frac{E + F}{C_m^*}, \\ Y = V_1(Qn_3 + Tn_7), \quad T = \frac{E - F}{C_m^*}, \\ n_1 n_6 + n_2 n_5 = V_1, \\ n_3 n_8 + n_4 n_7 = V_2, \quad (16)$$

$$n_1 = K(\varepsilon - \eta) - \gamma(\sqrt{1 - \varepsilon^2}), \quad n_5 = L(1 - \eta)a + I(1 + \eta), \\ n_2 = K\sqrt{2(1 + \varepsilon)} + \gamma \frac{\varepsilon - \eta}{\sqrt{\frac{1 - \varepsilon}{2}}}, \quad n_6 = L \frac{1 + \eta}{\sqrt{\frac{1 - \varepsilon}{2}}} - I \frac{(1 - \eta)a}{\sqrt{\frac{1 - \varepsilon}{2}}}, \\ n_3 = L(\varepsilon - \eta) - \sqrt{1 - \varepsilon^2} I, \quad n_7 = K(1 - \eta)a + \gamma(1 + \eta), \\ n_4 = L(\sqrt{2(1 + \varepsilon)} + I \frac{\varepsilon - \eta}{\sqrt{1 - \varepsilon}}), \quad n_8 = K \frac{1 + \eta}{\sqrt{\frac{1 - \varepsilon}{2}}} - \gamma \frac{(1 - \eta)a}{\sqrt{\frac{1 - \varepsilon}{2}}},$$

$$E = C_m^* e^{-mn'(\pi - \psi)} [(1 - \eta) a \sin mt'(\pi - \psi) - (1 + \eta) \cos mt'(\pi - \psi)],$$

$$F = C_m^* e^{-mn'(\pi + \psi)} [(1 - \eta) a \sin mt'(\pi + \psi) - (1 + \eta) \cos mt'(\pi + \psi)],$$

$$G = 2C_m^* e^{-mn'(\pi - \psi)} \left[ \frac{\varepsilon - \eta}{1 - \varepsilon} \sin mt'(\pi - \psi) + a \cos mt'(\pi - \psi) \right],$$

$$H = 2C_m^* e^{-mn'(\pi + \psi)} \left[ \frac{\varepsilon - \eta}{1 - \varepsilon} \sin mt'(\pi + \psi) + a \cos mt'(\pi + \psi) \right],$$

$$a = \sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}}; \quad \varphi = \frac{\pi y}{b}; \quad \psi = \frac{\pi e}{b}; \quad (16a)$$

$$n' = \vartheta \sqrt{\frac{1+\varepsilon}{2}}; \quad t' = \vartheta \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{2}},$$

$$K = (e^{mn'\pi} + e^{-mn'\pi}) \cos mn'\pi, \quad n(b+e) = n'(\pi + \psi),$$

$$L = (e^{mn'\pi} - e^{-mn'\pi}) \cos mn'\pi, \quad t(b+e) = t'(\pi + \psi),$$

$$I = (e^{mn'\pi} + e^{-mn'\pi}) \sin mn'\pi, \quad n|b-e| = n'(\psi - \pi),$$

$$J = (e^{mn'\pi} - e^{-mn'\pi}) \sin mn'\pi, \quad t|b-e| = t'(\pi - \psi).$$

Die Gleichung (10a) für die Durchbiegung der untersuchten Konstruktion können wir wie folgt schreiben:

$$w(x, y) = \sum_m \frac{P_m l^4}{2bm^4 \pi^3 \varrho_L} K(y)_m \sin \frac{m\pi x}{l}, \quad (10b)$$

wo

$$K(y)_m = \frac{m\vartheta}{\sqrt{2(1+\varepsilon)}} \{ [A'_m M_{\varphi m} + \bar{B}'_m N_{\varphi m}] [C'_m O_{\varphi m} + \bar{D}'_m P_{\varphi m}] + [O_{|\varphi-\psi|m} + a P_{|\varphi-\psi|m}] \}$$

der erste dimensionslose Beiwert ist, der von  $\varphi, \psi, \vartheta, \alpha$  und  $\eta$  abhängt. Für ihn gilt, daß

$$K_{\varphi, \psi} = K_{\psi, \varphi};$$

und

$$\frac{1}{2b} \int_{-b}^{+b} \frac{\pi K_{el}(y) dy}{(1 + K_{el}^2)} = 1,$$

wenn  $K^0$  den Wert des dimensionslosen Beiwertes für eine harmonische, auf die Breite gleichmäßig verteilte Belastung bedeutet. Die Werte  $M, N, O, P$  sind

$$M_{\varphi m} = e^{mn'\varphi} \cos mt'\varphi,$$

$$N_{\varphi m} = e^{mn'\varphi} \sin mt'\varphi, \quad O_{|\varphi-\psi|m} = e^{-mn'|\varphi-\psi|} \cos mt'|\varphi-\psi|,$$

$$O_{\varphi m} = e^{-mn'\varphi} \cos mt'\varphi,$$

$$P_{\varphi m} = e^{-mn'\psi} \sin mt'\varphi, \quad P_{|\varphi-\psi|m} = e^{-mn'|\varphi-\psi|} \sin mt'|\varphi-\psi|.$$

Für die Biegemomente in den Hauptträgern (in der Richtung  $X$ ) gilt, daß

$$M_L = \sum_m \frac{P_m l^2}{2b \pi m^2} \{ K(y)_m + \eta \mu(y)_m \} \sin \frac{m\pi x}{l}, \quad (20)$$

wo der zweite dimensionslose Beiwert, der von  $\varphi, \psi, \vartheta, \alpha$  und  $\eta$  abhängig ist,

folgenden Wert hat:

$$\mu(y)_m = -\frac{m\vartheta}{\sqrt{2(1+\varepsilon)}} \left[ \varepsilon(A'_m M_{\varphi m} + \bar{B}'_m N_{\varphi m}) + \sqrt{1-\varepsilon^2} (-A'_m N_{\varphi m} + \bar{B}'_m M_{\varphi m}) + \varepsilon(C'_m O_{\varphi m} + \bar{D}'_m P_{\varphi m}) + \sqrt{1-\varepsilon^2} (C'_m P_{\varphi m} - \bar{D}'_m O_{\varphi m}) + \sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}} P_{|\varphi-\psi|m} - O_{|\varphi-\psi|m} \right]. \quad (21)$$

Für die Biegemomente in den Querträgern (in der Richtung  $Y$ ) ist

$$M_Q = \sum_m \frac{P_m l}{2\vartheta^2 m^2 \pi} [\eta K(y)_m + \mu(y)_m] \sin \frac{m\pi x}{l}. \quad (22)$$

Die Torsionsmomente sind gegeben durch den Unterschied

$$(M_{LQ} - M_{QL}) = \sum_m \alpha(1-\eta) \frac{P_m l}{2\pi m} [\tau(y)_m] \cos \frac{m\pi x}{l}, \quad (23)$$

wo der dritte dimensionslose Beiwert, der von  $\varphi, \psi, \vartheta, \alpha$  und  $\eta$  abhängt, folgenden Wert hat:

$$\tau(y)_m = [A'_m M_{\varphi m} + \bar{B}'_m N_{\varphi m}] + \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} [-A'_m N_{\varphi m} + \bar{B}'_m M_{\varphi m}] - [C'_m O_{\varphi m} + \bar{D}'_m P_{\varphi m}] + \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \times$$

$$\times [-C'_m P_{\varphi m} + \bar{D}'_m O_{\varphi m}] \mp \frac{2}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} P_{|\varphi-\psi|m}. \quad (24)$$

Das Vorzeichen des letzten Gliedes ist unterschiedlich gemäß der gegenseitigen Beziehung von  $\varphi$  und  $\psi$ . Für  $\psi > \varphi$  gilt das Pluszeichen, für  $\psi < \varphi$  das Minuszeichen. Die Torsionsmomente für die Richtung  $X$  der äquivalenten Platte sind

$$M_{LQ} = \frac{\gamma_L}{\gamma_L + \gamma_Q} (M_{LQ} - M_{QL}) \quad (25a)$$

und ähnlich für die Richtung  $Y$

$$M_{QL} = \frac{\gamma_Q}{\gamma_L + \gamma_Q} (M_{LQ} - M_{QL}). \quad (25b)$$

Die Schubkräfte in den Hauptträgern (in der Richtung  $X$ )

$$Q_L = \sum_m \frac{P_m l}{2bm} \left\{ K(y)_m + \left( \frac{\gamma_Q}{\varrho_L \varrho_Q} + \eta \right) \mu(y)_m \right\} \cos \frac{m\pi x}{l} \quad (26)$$

und für die Reaktion gilt ähnlich

$$\bar{Q}_L = \sum_m \frac{p_m l}{2bm} \{K(y)_m + (2\varepsilon - \eta) \mu(y)_m\} \cos \frac{m\pi x}{l}. \quad (27)$$

Die Schubkräfte in den Querträgern (in der Richtung Y) sind

$$Q_Q = \sum_m p_m \left\{ K(y)_m + \frac{1}{4} \left( \eta + \frac{\gamma_L}{\sqrt{\varrho_L \varrho_Q}} \right) \tau(y)_m \right\} \sin \frac{m\pi x}{l}, \quad (28)$$

wo der vierte dimensionslose Beiwert, der wieder von  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\vartheta$ ,  $\alpha$  und  $\eta$  abhängig ist, folgenden Wert hat:

$$\begin{aligned} K(y)_m = & -\frac{1}{4} \left[ (2\varepsilon - 1) (A'_m M_{\varphi m} + \bar{B}'_m N_{\varphi m}) - (2\varepsilon + 1) \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} (A'_m N_{\varphi m} - \right. \\ & \left. - \bar{B}'_m M_{\varphi m}) - (2\varepsilon - 1) (C'_m O_{\varphi m} + \bar{D}'_m P_{\varphi m}) - (2\varepsilon + 1) \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \times \right. \\ & \left. \times (C'_m P_{\varphi m} - \bar{D}'_m O_{\varphi m}) \pm \left( \frac{2\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} P_{1\varphi-\varphi 1 m} - 2 O_{1\varphi-\varphi 1 m} \right) \right]. \quad (29) \end{aligned}$$

Sobald die dimensionslosen Beiwerte berechnet sind, ist die weitere Berechnung äußerst einfach, nur auf einige algebraische Operationen beschränkt. Immerhin wird der praktische Vorgang nur dank folgenden zwei Tatsachen ermöglicht:

A. Für eine allgemeine, in die Fouriersche Reihe in der Richtung X entwickelte Linienlast muß man gewöhnlich mit mehr Gliedern der Reihe als mit einem einzigen rechnen, besonders für einige statische Größen (Momente, Schubkräfte, Reaktionen). Die Tabellierung der dimensionslosen Beiwerte  $\chi$  würde allerdings in Anbetracht des übermäßigen Umfangs ihre praktische Bedeutung verlieren, sobald man die Werte der Beiwerte für mehr Glieder der Reihe zahlenmäßig festlegen müßte. Glücklicherweise zeigte es sich bei detaillierter Analyse der Gleichungen, daß das  $m$ -te Glied der Reihe, das der Verteilung der Belastung

$$p(x) = \sum p_m \sin \frac{m\pi x}{l}$$

entspricht dem ersten Glied der Reihe eines Systems mit  $m$ -fach nachgiebiger Querversteifung, d. h. mit dem Biegesteifigkeitsparameter  $m \vartheta$ , gleich

<sup>1</sup> An den Rändern gilt allerdings mit Rücksicht auf die Kirchhofsche Vereinfachung

$$\bar{Q}_Q = \sum_m p_m \left[ \frac{1}{4} (2\varepsilon - \eta) \tau(y)_m + K(y)_m \right] \sin \frac{m\pi x}{l}. \quad (28a)$$

ist. Das bedeutet mit anderen Worten, daß die Querversteifung für die Belastung

$$p(x)_m = p_m \sin \frac{m\pi x}{l}$$

zu einer  $m$ -fach biegsameren wird als für die Belastung

$$p(x)_1 = p_1 \sin \frac{\pi x}{l}$$

Diese Erkenntnis ist außerordentlich wichtig, denn sie ermöglicht, die dimensionslosen Beiwerte  $\chi$  nur für das erste Glied der Reihe, d. h.  $m = 1$ , zu tabellieren, sie jedoch für ein beliebiges Glied der Entwicklung zu verwenden. Die Beiwerte  $\chi(y)_1, \chi(y)_2, \chi(y)_3, \dots, \chi(y)_m$  für die Belastungen

$$p_1 \sin \frac{\pi x}{l}, \quad p_2 \sin \frac{2\pi x}{l}, \quad p_3 \sin \frac{3\pi x}{l}, \dots, p_m \sin \frac{m\pi x}{l}$$

werden aus den Tabellen der Werte  $\chi(y)_1$ , fortschreitend für  $\vartheta, 2\vartheta, 3\vartheta, \dots, m\vartheta$  gewonnen.

B. Die dimensionslosen Beiwerte  $\chi$  sind (außer  $\varphi$  und  $\psi$ ) Funktionen der dimensionslosen Parameter  $\vartheta, \alpha, \eta$ , die in ihren vorher angeführten Grenzen beliebige Werte erlangen können. Das würde natürlich auch wegen des untragbaren Umfangs eine Tabellierung der Beiwerte  $\chi$  unmöglich machen: es wäre unbedingt nötig, jeden Beiwert  $\chi$  in jedem System  $\varphi$  und  $\psi$  für alle Kombinationen der drei Parameter  $\vartheta, \alpha, \eta$  mit angemessen detaillierter Teilung zu tabellieren. Die praktische Verwendbarkeit der Methode ermöglichte der Umstand, daß die Änderung der dimensionslosen Beiwerte mit  $\alpha$  bzw.  $\eta$  in den Grenzen ihrer Extreme durch eine kontinuierliche, meist monotone und leicht ausdrückbare Interpolationsfunktion gegeben ist. Es zeigte sich, daß man in allen Fällen, ohne eine Verringerung der Genauigkeit der Methode erwägen zu müssen, zwischen des Grenzwerten (Grundwerten) der Parameter  $\alpha = 0, \alpha = 1$  und  $\eta = 0, \eta = 0,25$  interpolieren kann, und daß man einheitliche parabolische Interpolationen gemäß der Formel

$$\chi_k = \chi_{\min} + (\chi_{\max} - \chi_{\min}) F(k) \quad (30)$$

verwenden kann. Dadurch wird die Tabellierung der dimensionslosen Beiwerte auf ein annehmbares Maß reduziert: im praktisch verwendbaren Umfang des ersten Parameters  $\vartheta$  von 0,05 bis 5,0 muß man die Beiwerte nur für die zwei Grenzwerte des zweiten Parameters  $\alpha = 0$  und  $\alpha = 1$  sowie die zwei Grenzwerte des dritten Parameters  $\eta = 0$  und  $\eta = 0,25$  tabellieren.

Gemäß dem Charakter des Verlaufes der dimensionslosen Beiwerte in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $\eta$  erwies es sich ferner als vorteilhafter, für alle dimensionslosen Beiwerte  $\chi = f(\alpha, \eta)$  die Interpolation vorerst gemäß  $\eta$

(sukzessive für  $\alpha = 0$  und für  $\alpha = 1$ ) auszuführen. Das bedeutet, daß mit Hilfe der Grundfunktionen  $X_{0;0}$ ,  $X_{0;0,25}$ ,  $X_{1;0,25}$  die Funktionen  $X_{0;\eta}$  und  $X_{1;\eta}$  gefunden werden. Erst danach wird die übriggebliebene Interpolation zwischen diesen zwei Funktionen gemäß  $\alpha$  ausgeführt, d. h. es wird die gesuchte Funktion  $X_{\alpha;\eta}$  gefunden. Der Wert  $F(k)$  ist für verschiedene dimensionslose Beiwerte mäßig unterschiedlich und er ist außer  $\alpha$  bzw.  $\eta$  auch von  $\vartheta$ ,  $\varphi$  und  $\psi$  abhängig; dieser Wert muß daher für jeden dimensionslosen Beiwert gesondert bestimmt werden.

Die Interpolationsfunktionen wurden durch eine detaillierte Analyse der berechneten Werte der Beiwerte für verschiedene  $\vartheta$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\alpha = 0,25$ ;  $\alpha = 0,5$ ,  $\alpha = 0,75$ ,  $\alpha = 1,0$  und  $\eta = 0$ ;  $\eta = 0,075$ ;  $\eta = 0,15$ ;  $\eta = 0,20$ ;  $\eta = 0,25$  und für das Netz von 49 Punkten in Abhängigkeit von  $\varphi$  und  $\psi$  bestimmt. Es wurde darauf geachtet, daß der reduzierte Fehler zwischen dem richtigen und dem interpolierten Wert nirgends größer war als 2,5%; die Reduktion des Fehlers wurde für jeden Parameter  $\vartheta$  im Verhältnis des größten absoluten Wertes des Beiwertes  $X_{\max}$  zum ermittelten Wert des Beiwerts  $X$  ausgeführt. In Tafel I sind die derart gewonnenen Werte der Interpolationsfunktion  $F(k)$  angeführt.

Im Spezialfall, wo die harmonische Belastung  $p(x)$  auf die Breite  $2b$  gleichmäßig aufgeteilt ist, d. h.

$$p(x) = p_m^0 \sin \frac{m\pi x}{l} = \frac{p(x)}{2b},$$

ist die Berechnung der Integrationen der Einflußflächen der einzelnen Innenkräfte mühsam und ungenau. Durch ein gleichartiges Verfahren kann man jedoch analoge Beziehungen für die einzelnen Innenkräfte bei gleichmäßig verteilter Belastung direkt, wie im folgenden gezeigt wird, erhalten.

Die Durchbiegungsfunktion ist

$$w^0(x, y)_m = \frac{l^4 p_m^0}{\varrho_L \pi^4 m^4} \left\{ 1 + \eta [A_m^0 (M_{\varphi m} + O_{\varphi m}) - \bar{B}_m^0 (N_{\varphi m} - P_{\varphi m})] \right\} \sin \frac{m\pi x}{l}, \quad (31)$$

wo das erste Glied die Dimension der gesuchten Größe hat und wo  $K^0(y)_m$  der erste Beiwert aus einer weiteren Doppelreihe dimensionsloser Beiwerte, von  $\varphi$ ,  $\vartheta$ ,  $\alpha$  und  $\eta$  abhängig ist und den Wert

$$K^0(y)_m = \eta [A_m^0 (M_{\varphi m} + O_{\varphi m}) - \bar{B}_m^0 (N_{\varphi m} - P_{\varphi m})] \quad (32)$$

hat, wo

$$A_m^0 = C_m^0 = \frac{C_m^{**} n_6}{Z} = C_m^{**} A_m^0 = C_m^{**} C_m^0, \quad (33)$$

$$B_m^0 = -D_m^0 = -\frac{C_m^{**} n_5}{Z} = -C_m^{**} B_m^0 = C_m^{**} D_m^0,$$

Tafel I  
Wert der Interpolationsfunktion  $F(k)$

Beiwert	$\vartheta$	Interpolations-gemäß		$\vartheta$	Interpolations-gemäß	
		$\alpha = 0$	$\alpha = 1$		$\alpha$	
K	0,05 ↓ 5,0	4 $\eta$	4 $\eta$	0,05 ↓ 0,40	$\alpha (-0,06 + 0,90 \vartheta)$	
				0,45 ↓ 5,0	$\sqrt{\alpha}$	
$\mu$	0,05 ↓ 5,0	4 $\eta$	4 $\eta$	0,05 ↓ 0,40	$\varphi \cdot \psi \approx 0$ $\alpha (-0,012 + 0,72 \vartheta)$	$\varphi \cdot \psi = 0$ $\alpha (1,07 - 1,21 \vartheta)$
				0,45 ↓ 5,0	$\sqrt{\alpha}$	
$\tau$	0,05 ↓ 5,0	4 $\eta$	4 $\eta$	0,05 ↓ 0,40	$\varphi = 0$ $\alpha (0,075 - 1,42 \vartheta)$	$\varphi \neq 0$ $\alpha (-0,055 + 0,88 \vartheta)$
				0,45 ↓ 5,0	$\sqrt{\alpha}$	
$\chi$	0,05 ↓ 5,0	4 $\eta$	4 $\eta$	0,05 ↓ 0,4	$\alpha (-0,045 + 0,70 \vartheta)$	
				0,45 ↓ 5,0	$\sqrt{\alpha}$	

und weiter

$$Z = n_1 n_6 + n_2 n_5, \quad (34)$$

$$C_m^{**} = \frac{l^4 p_m^0}{\varrho_L \pi^4 m^4} \eta. \quad (35)$$

$n_1, n_2, n_5, n_6$  und  $M, N, O, P$  sind durch die Beziehungen (16) und (19) gegeben.

Das Längsbiegemoment ist

$$M_L^0 = \sum_m \frac{P_m^0 l^2}{\pi^2 m^2} [1 + K^0(y)_m - \eta \mu^0(y)_m] \sin \frac{m\pi x}{l}, \quad (37)$$



wo

$$\mu^0(y)_m = \eta \{ \varepsilon (A_m^{0'} M_{\varphi m} - \bar{B}_m^{0'} N_{\varphi m}) - \sqrt{1 - \varepsilon^2} (A_m^{0'} N_{\varphi m} + \bar{B}_m^{0'} M_{\varphi m}) + \varepsilon (-A_m^{0'} O_{\varphi m} + \bar{B}_m^{0'} P_{\varphi m}) - \sqrt{1 - \varepsilon^2} (A_m^{0'} P_{\varphi m} + \bar{B}_m^{0'} O_{\varphi m}) \}, \quad (38)$$

das Querbiegemoment

$$M_Q^0 = \sum_m \frac{P_m^0 b^2}{\vartheta^2 \pi^2 m^2} [\eta - \mu^0(y)_m + \eta K^0(y)_m] \sin \frac{m\pi x}{l}, \quad (39)$$

der Unterschied der Torsionsmomente

$$(M_{LQ} - M_{QL})^0 = \sum_m \frac{2P_m^0}{\pi^2 m^2} \frac{lb}{\vartheta} (\alpha - \eta) [\tau^0(y)_m] \cos \frac{m\pi x}{l}, \quad (40)$$

wo

$$\tau^0(y)_m = \eta \left[ \sqrt{\frac{1+\varepsilon}{2}} [A_m^{0'} M_{\varphi m} - \bar{B}_m^{0'} N_{\varphi m}] - \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} (A_m^{0'} N_{\varphi m} + \bar{B}_m^{0'} M_{\varphi m}) + (A_m^{0'} O_{\varphi m} - \bar{B}_m^{0'} P_{\varphi m}) + \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} (A_m^{0'} P_{\varphi m} + \bar{B}_m^{0'} O_{\varphi m}) \right], \quad (41)$$

die Längsschubkraft

$$Q_L^0 = \sum_m \frac{lP_m^0}{\pi m} \left\{ 1 + K^0(y)_m - \frac{\gamma_L \eta + (2\varepsilon - \eta)\gamma_Q}{\varrho_L + \varrho_Q} \mu^0(y)_m \right\} \cos \frac{m\pi x}{l}, \quad (42)$$

die Reaktion

$$\bar{Q}_L^0 = \sum_m \frac{lP_m^0}{\pi m} \{ 1 + K^0(y)_m - (2\varepsilon - \eta)\mu^0(y)_m \} \cos \frac{m\pi x}{l} \quad (43)$$

und schließlich die Querschubkraft

$$Q_Q = \sum_m \frac{P_m^0 b}{\pi m \vartheta} \left[ \left[ \eta + \frac{\gamma_L}{\sqrt{\varrho_L \varrho_Q}} \right] \tau^0(y)_m - \chi^0(y)_m \right], \quad (44)$$

wo

$$\begin{aligned} \chi^0(y)_m = & \eta \left[ \sqrt{\frac{1+\varepsilon}{2}} \left[ -(1-2\varepsilon)(A_m^{0'} M_{\varphi m} - \bar{B}_m^{0'} N_{\varphi m}) - \right. \right. \\ & - (1+2\varepsilon) \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \dots (A_m^{0'} N_{\varphi m} + \bar{B}_m^{0'} M_{\varphi m}) - \\ & - (1-2\varepsilon) (A_m^{0'} O_{\varphi m} - \bar{B}_m^{0'} P_{\varphi m}) + (1+2\varepsilon) \times \\ & \left. \left. \times \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} (A_m^{0'} P_{\varphi m} + \bar{B}_m^{0'} O_{\varphi m}) \right] \right]. \end{aligned}$$

Auch für diese Belastung kann man ein analoges Tabellierungs- und Interpolationsverfahren anwenden. Die Interpolation wird gemäß der gleichen Beziehung (30) ausgeführt, und die Interpolationsfunktionen  $F(k)$  sind in der weiteren Tafel II angeführt.

Tafel II  
Wert der Interpolationsfunktion  $F(k)$

Beiwert	$\vartheta$	Interpolation gemäß $\eta$		$\vartheta$	Interpolation gemäß $\alpha$			
		$\alpha = 0$	$\alpha = 1$					
$K_0$	0,05 ↓ 0,50	$4\eta \exp(0,65 - 0,82\vartheta)$	$4\eta \exp(0,62 - 0,45\vartheta)$	0,05 ↓ 0,50	$\alpha (1,06 - 1,14\vartheta)$			
	0,55 ↓ 5,0			$(4\eta)^{5/4}$		$(4\eta)^{4/3}$	0,55 ↓ 5,0	$\sqrt{\alpha}$
	0,05 ↓ 0,50			$(4\eta)$		$(4\eta)$	0,05 ↓ 0,50	$\alpha (1-\vartheta)$
$\mu_0$	0,05 ↓ 0,50	$(4\eta)^{5/4}$	$(4\eta)$	0,05 ↓ 0,50	$\sqrt{\alpha}$			
	0,55 ↓ 5,0			$(4\eta)^{5/4}$		$(4\eta)$	0,55 ↓ 5,0	$\sqrt{\alpha}$
	0,05 ↓ 0,50			$(4\eta)$		$(4\eta)$	0,05 ↓ 0,50	$\alpha (1,05 - 1,11\vartheta)$
0,55 ↓ 5,0	$(4\eta)$	$(4\eta)$	0,55 ↓ 5,0		$\sqrt{\alpha}$			
0,05 ↓ 0,50	$\varphi \neq \pi$ $4\eta \exp(0,74 - 0,17\vartheta)$	$\varphi = \pi$	0,05 ↓ 0,50		$\alpha (1,02 - 0,73\vartheta)$			
0,55 ↓ 5,0			$(4\eta)$	$(4\eta)^2$		0,55 ↓ 5,0	$\sqrt{\alpha}$	

<sup>1</sup> An den Rändern gilt die Gleichung

$$\bar{Q}_Q^0 = \sum_m \frac{P_m^0 b}{m\pi\vartheta} \{ [2\varepsilon - \eta] \tau^0(y)_m - \chi^0(y)_m \} \sin \frac{m\pi x}{l}. \quad (44a)$$

## SCHRIFTTUM

1. BAREŠ, R.—MASSONNET, Ch.: Le calcul des grillages de poutres et dalles orthotropes selon la méthodique Guyon—Massonnet—Bareš, Dunod, Paris 1956
2. BAREŠ, R.: Bestimmung der Biege- und Torsionssteifigkeit von Flächentragwerken unter Berücksichtigung der Querkontraktion. *VDI-Z.* 116, 834—839
3. GEDIZLI, H. S.: Bending of Rectangular Anisotropic Slabs, Supported Free at Two Sides and Loaded Normal to the Middle Plane, *Mémoires AICP*, II (1951)
4. GIRKMANN, K.: Flächentragwerke, 5<sup>e</sup> éd., Wien 1959
5. GUYON, Y.: Calcul des ponts-dalles. *Ann. des Ponts et Chaussées de France* 119, 1949, pp. 555—589, 683—718
6. GUYON, Y.: Calcul des ponts larges à poutres multiples solidarisées par des entretoises. *Ann. des Ponts et Chaussées de France* (1946) 553—612
7. HUBER, M. T.: Über die genaue Berechnung einer orthotropen Platte. *Bauingenieur* 7 (1925), 878
8. KIRCHHOFF, G. J.: *Math.* (Grelle) 40 (1850), 51
9. KOLÁŘ, Vl.: Vybrané stati z teorie stavebních konstrukcí SNTL, Praha 1969
10. LEONHARDT, F.: Die vereinfachte Berechnung zweiseitig gelagerter Trägerroste, *Bau-technik* (1938), 535
11. MASSONNET, Ch.: Méthode de calcul des ponts à poutres multiples tenant compte de leur résistance à la torsion, *Mémoires A.I.P.C.* 10 (1950), 147—182
12. TIMOSHENKO, S.: *Theory of Plates and Shells*, New York 1940

**Analysis of Structurally Orthotropic Plane Structures.** Paper describes an analysis of structurally orthotropic plane systems. It takes into calculation not only the bending and torsional stiffness of the structure but also its contraction ability. Application of the derived method reduces the lengthy and most tiring part of the calculation, as well as the structural engineer's work to the minimum.

**Расчет по форме ортотропных поясков конструкций.** В работе для расчета тоских конструкций ортотропных по форме описывается такая методика, которая кроме жесткости конструкции в отношении изгиба и кручения учитывает также контракционные способности данной конструкции. Благодаря описанной методике расчета часть расчетов требующая много энергии и в том месте работа статика становится минимальными.

Reviews of the Hungarian Academy of Sciences are obtainable  
at the following addresses:

**ALBANIA**

Drejtorija Qëndrone e Përhapjes  
dhe Propagandimit të Librit  
Krye Konferenca e Pëzës  
Tirane

**AUSTRALIA**

A. Keesing  
Box 4886, GPO  
Sydney

**AUSTRIA**

Globus  
Höchstädtplatz 3  
A-1280 Wien XIX

**BELGIUM**

Office International de Librairie  
20, Avenue Marat  
Bruxelles 5  
Du Monde Entier  
5, Place St. Jean  
Bruxelles

**BULGARIA**

Hemus  
11 pl. Slaveikov  
Sofia

**CANADA**

Pannonia Books  
2, Spadina Road  
Toronto 4, Ont.

**CHINA**

Waiwen Shidian  
Peking  
P. O. B. 88

**CZECHOSLOVAKIA**

Artia  
Ve Smělkách 30  
Praha 2  
Poštovní Novinová Služba  
Dvořákova 46  
Praha 2  
Maťarská Kultura  
Praha 2  
Václavské nám. 2  
Praha 1  
Stovart A. G.  
Gorkého  
Bratislava

**DENMARK**

Ejnar Munksgaard  
Nørregade 6  
Copenhagen

**FINLAND**

Akateeminen Kirjakauppa  
Keskuskatu 2  
Helsinki

**FRANCE**

Office International de Documentation  
et Librairie  
48, rue Gay-Lussac  
Paris 5

**GERMAN DEMOCRATIC REPUBLIC**

Deutscher Buch-Export und Import  
Leninstraße 16  
Leipzig 701  
Zeitungsvertriebsamt  
Friedrichstraße 3-4  
1000 Berlin

**GERMAN FEDERAL REPUBLIC**

Kunst und Wissen  
Erich Bieber  
Postfach 46  
7 Stuttgart 5

**GREAT BRITAIN**

Blackwell's Periodicals  
Oxford House  
Magdalen Street  
Oxford  
Collet's Subscription Import  
Department  
Dunington Estate  
Wellingsborough, Northants.  
Robert Maxwell and Co. Ltd  
4-5 Fitzroy Square  
London W

**HOLLAND**

Swetz and Zefflinger  
Kalversgracht 474-478  
Amsterdam C.  
Martinus Nijhoff  
Langestraat 9  
The Hague

**INDIA**

Mind Book House  
66 Babar Road  
New Delhi

**ITALY**

Santo Vasala  
Via M. Macchi 71  
Milano  
Libreria Commissionaria Sansoni  
Via La Marmora 45  
Firenze

**JAPAN**

Kinokuniya Book-Store Co. Ltd.  
826 Tsunohazu 1-chome  
Shinjuku-ku  
Tokyo  
Maruzen and Co. Ltd.  
P. O. Box 605  
Tokyo-Central

**KOREA**

Chuppanmul  
Pheonjan

**NORWAY**

Tanum-Cammermeyer  
Karl Johansgt 41-43  
Oslo 1

**POLAND**

RUCH  
ul. Wronia 23  
Warszawa

**ROUMANIA**

Carfax  
Str. Aristide Briand 14-18  
Bucarest

**SOVIET UNION**

Mezhdunarodnaya Kniga  
Moscow G-200

**SWEDEN**

Almqvist and Wiksell  
Gamla Brogatan 26  
S-101 20 Stockholm

**USA**

F. W. Faxon Co. Inc.  
15 Southwest Park  
Westwood, Mass. 02090  
Stechert-Hafner Inc.  
31, East 16th Street  
New York, N. Y. 10003

**VIETNAM**

Xinhua-Do  
19, Tran Quoc Tuan  
Hanoi

**YUGOSLAVIA**

Forum  
Vojvoda Miroslav  
Novi Sad  
Jugoslavenska Kniga  
Terazija 27  
Beograd